

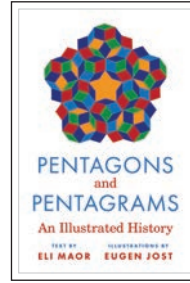
Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Secretariaat: Enna van Dijk

Review Editors NAW - MF 5.092
Faculteit Wiskunde & Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven

reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Eli Maor, Eugen Jost (illustraties)

**Pentagons and Pentagrams
An Illustrated History**

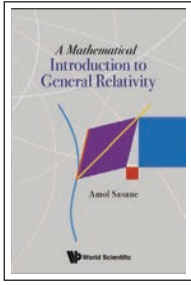
Princeton University Press, 2022
xvi + 166 p., prijs €28,76
ISBN 9780691201122

Alsof het zo bedoeld was, is er nu *Pentagons and Pentagrams* (Eli Maor, voormalig professor Geschiedenis van de Wiskunde), de logische opvolger kun je zeggen (hoewel er volkomen los van staand, want zowel andere uitgevers als andere schrijvers) van *The Secrets of Triangles* en *A Cornucopia of Quadrilaterals* (beide eerder besproken in dit prachtblad). Weliswaar niet al te diepgravend, maar toch een charmant boek. Vooral voor de meetkundigen onder ons, maar ook zeer geschikt voor de geïnteresseerde leek (de beschreven wis- en meetkunde is elementair) en dus een mooi cadeau voor een middelbare scholier met wiskunde B in het profiel, vlot geschreven (uitstekend te volgen vanaf klas 4 vwo), fraai geïllustreerd (deels in kleur) door de Zwitserse kunstenaar Eugen Jost, met uiteraard vele verhelderende meetkundige tekeningen, maar ook veel afbeeldingen van gebouwen (het Pentagon), van wiskundige kunst (een enkele fractal, wat betegelingen en schilderijen) en van bloemen, planten en kristallen en zelfs van een vijfhoekig dier.

De onderwerpen die worden behandeld zijn de bekende speciale irrationale getallen zoals φ , π en e , de onvermijdelijke gulden snede, de constructie van een regelmatige vijfhoek, de zogenaamde vijfhoeksgetallen en de al genoemde (al dan niet periodieke, vlakvullende) betegelingen met (al dan niet regelmatige) vijfhoeken, maar wellicht minder bekend zijn de boeiende beschrijving van de zoektocht naar (misschien) in de natuur voorkomende (quasi)kristallen met vijfhoekige zijvlakken en het hartverwarmende verhaal van Marjorie Rice (1923–2017), die als huisvrouw zonder enige wiskundige opleiding en met vijf [sic] kinderen toch in staat bleek maar liefst vier betegelingen met convexe vijfhoeken toe te voegen aan de op dat moment bekende negen. Ze leefde net lang genoeg om mee te maken dat er nog twee werden ontdekt, waarmee het (een maand na haar dood bewezen) totaal op vijftien kwam. Ook aardig is het hoofdstukje over puzzels gebaseerd op vijfhoeken en dan in het bijzonder *The Ploughman's Puzzle*, ontworpen door de fameuze Britse puzzelontwerper H.E. Dudeney (1857–1930), zoals u weet een tijdgenoot en de grote concurrent van de minstens zo fameuze Amerikaanse puzzelontwerper Sam Loyd. Een toevallig in de buurt van een landgoed vertoevende reiziger (zo verhaalt de puzzel) beweert dat het mogelijk is 16 bomen zo te planten dat er 15 rijen ontstaan met telkens precies 4 bomen per rij. Wellicht nu even proberen? De ingenieuze oplossing wordt gelukkig verstrekt. Nuttig zijn ook de vijf (toeval?) appendices, namelijk over euclidische constructies, over Fibonacci-getallen, een overzicht van gebruikte formules, complete oplossingen van alle puzzels (hulde, zo hoort het) en een waarlijk fraai bewijs van het slechts bestaan van exact vijf platonische lichamen.

Voor velen van u wellicht een pietsje te algemeen boek, maar toch een onderhoudend en mooi uitgevoerd sieraad voor de immer uitdijende boekenkast.

Joop van der Vaart



Amol Sasane

A Mathematical Introduction to General Relativity

World Scientific, 2021
xvi + 483 p., prijs £ 145.00
ISBN 9789811243776

The book *A Mathematical Introduction to General Relativity* by Amol Sasane is a great addition to the — not all that extensive — list of mathematically rigorous introductory textbooks on general relativity written in the *Definition, Theorem, Proof* style. It sets itself apart by assuming no prior familiarity with differential geometry whatsoever (and only the slightest familiarity with topology) and by including a great number of exercises with detailed solutions.

Roughly the first two-thirds of the book focuses on introducing the language of differential geometry and the theory of semi-Riemannian manifolds, starting essentially from scratch and going through many of the topics that would typically be introduced in a series of undergraduate mathematics courses: manifolds, (co)tangent bundles, tensor fields and forms, semi-Riemannian metrics, the Levi-Civita connection, parallel transport, geodesics, curvature, and integration. It does so in a precise but very understandable way, always explaining the intuition behind certain definitions that might seem abstract at first. Physically relevant examples and applications are given throughout to illustrate the concepts. The chapter on geodesics, for instance, includes a calculation of the deflection angle of light passing by the sun, a key result related to one of the classical tests of general relativity.

With all the mathematical preliminaries in place, the stage is then set to turn to general relativity itself in the final third of the book. After a discussion on classical (i.e. Newtonian) spacetime, special relativity and electrodynamics in curved spacetime, the energy-momentum tensor of matter is introduced. A particularly nice motivation for the energy-momentum tensor of a perfect fluid is given, which is often lacking even in physics textbooks on general relativity. Also, the equation of state for dust and radiation is well motivated. Then Einstein's field equations are formulated, the Newtonian limit is discussed, and several solutions are studied. The focus is mostly on Schwarzschild black holes and Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) cosmology, but some attention is also given to (exact as well as linearized) gravitational waves, the Gödel spacetime (and its closed timelike curves), and the Reissner-Nordström spacetime.

The book is aimed at advanced undergraduate or beginning graduate mathematics students. Compared to similar books on mathematical relativity such as *General Relativity for Mathematicians* by Sachs and Wu and *Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity* by O'Neill, this book is more elementary and hence more accessible, in particular also to mathematically inclined physics students. For the typical physics student, however, it should be said that there are many more suitable introductions to general relativity out there (*Spacetime and Geometry* by Carroll to name just one). It is not the main aim of this book to teach the reader the typical physicist's way of thinking and problem-solving.

But if the goal is to learn about the rigorous mathematical formulation of the theory, then this book is an excellent choice.

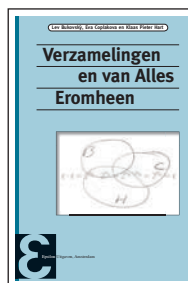
Due to the many exercises — for which detailed solutions are provided, spanning the last 150 pages — the book is ideally suited for self-study. But also in the context of a course on semi-Riemannian geometry, mathematical relativity, or both, this book would be a perfect companion. In the future, I would certainly consider this text as my go-to reference for such a course.

A small point of criticism concerns the prerequisites. According to the author, these consist of undergraduate-level mathematical analysis (e.g. having seen the inverse function theorem in a multivariable context, Picard's existence and uniqueness theorem for ordinary differential equations, et cetera) and undergraduate-level linear algebra. There is no mention of point-set topology and indeed the very first definition in the first chapter is that of a topological space, reinforcing the reader's idea that no background in topology is required. Later, however, familiarity with certain topological notions is nevertheless assumed. The notion of a continuous map between topological spaces, for instance, is not defined but used frequently. As such, a basic understanding of topology is necessary to understand everything discussed in the book, and I can't say for sure whether this was the author's intention or if some definitions (I spotted just two or three) are just missing by accident. By simply adding these definitions, the book could have been made even more accessible, requiring no topological prerequisite knowledge whatsoever. Almost too good to be true! But with the missing definitions, such a claim is a tough sell, of course.

But this is only a minor point of criticism. If the book is used as part of a lecture course, then a single lecture or one or two pages of lecture notes would be more than sufficient to introduce and illustrate all of the necessary topological notions, and hence a course could easily be designed around this book for an audience of students without any topological background, if so desired.

To conclude, the book is well written and covers all of the essential topics relevant for an elementary course on mathematical relativity in a clear, precise, and intuitive way. I warmly recommend it.

Sjors Heefer



Lev Bukovský, Eva Coplakova, Klaas Pieter Hart

Verzamelingen en van alles eromheen

Epsilon Uitgaven 96, 2022
viii + 192 p., prijs € 24,-
ISBN 9789050411905

Waar het boek van de natuur geschreven is in de taal van de wiskunde, is de wiskunde tegenwoordig geschreven in de taal van de verzamelingenleer. Deze taal is de creatie van de Duitse wiskundige Georg Cantor (1845–1918) en werd aanvankelijk geplaagd door paradoxen en mocht op de nodige weerstand rekenen. Desondanks is deze uit de moderne wiskunde niet meer weg te denken. Hele vakgebieden, zoals de topologie, waren zonder deze creatie ondenkbaar.

Dit boek, geschreven door Lev Bukovský en vertaald en bewerkt door Eva Coplakova en Klaas Pieter Hart, geeft een inleiding op Cantors paradisijs (in de woorden van Hilbert). Het legt de taal van de verzamelingenleer uit en hoe die in andere vakgebieden in de wiskunde, van analyse tot de combinatoriek, wordt gebruikt. Dit alles is helder en prettig leesbaar opgeschreven en er komen veel leuke onderwerpen aan bod; ook deze reviewer heeft er het een en ander van opgestoken.

Maar verzamelingenleer is meer dan een taal alleen. Cantor ontwikkelde ook een theorie over oneindige verzamelingen en oneindige getallen (kardinaal- en ordinaalgetallen). Ook deze theorie komt aan bod en de fundamentele resultaten van deze theorie worden duidelijk uitgelegd.

Meer filosofische aspecten of alternatieve grondslagen worden in dit boek niet besproken. De paradoxen worden genoemd en er wordt uitgelegd hoe deze in de axiomatische verzamelingenleer worden vermeden. Het boek eindigt met een presentatie van de verzamelingenleer als een formeel systeem in de stijl van Zermelo en Fraenkel, maar daar wordt geen gebruik van gemaakt: de behandeling van de verzamelingenleer is in dat opzicht 'naïef'.

Daarmee is dit boek een wiskundige inleiding op de verzamelingenleer, die verzamelingenleer met succes als een leuke tak van wiskunde presenteert. Voor een vwo-leerling is het waarschijnlijk te moeilijk: het boek gaat ervan uit dat de lezer weet wat een bewijs is en logische notatie kan lezen. Maar een bachelorstudent kan dit boek volgens mij prima tijdens de vakantie lezen; en ook oud-studenten die geen verzamelingenleer hebben gezien en toch eens de fundamentele resultaten willen zien, kan ik dit boek aanraden.

Benno van den Berg



Alex van den Brandhof
De Kabouterformule
Logische raadsels over gekleurde mutsen

Uitgeverij Prometheus, 2023
202 p., prijs €19,99
ISBN 9789044653793

Wat is het verschil tussen een raadsel en een opgave? Van een opgave weten we meestal welke oplossingsmethode we moeten hanteren, maar bij een raadsel is dat niet zo. En dan moeten we soms alles uit de kast halen om een oplossing te verzinnen: logica, combinatoriek, modulo-rekenen, kansrekening, cryptografie, axiomatische verzamelingenleer. Het blijkt allemaal nodig om de raadsels van Alex van den Brandhof in zijn boek *De Kabouterformule* op te lossen. En voor wie niet bekend is met deze takken van de wiskunde is het een leuke kennismaking.

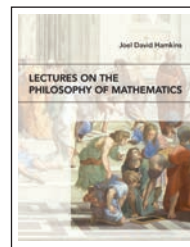
De hoofdpersonen van de raadsels zijn keizer Beulmans en een aantal kabouters (soms aftelbaar veel) die hij gevangen neemt. Een vast ingrediënt zijn de mutsen die de kabouters op hun hoofd krijgen met een kleur of een getal erop. Soms krijgen ze zelfs een hele stapel mutsen op. Het probleem met zo'n muts is dat anderen je muts wel kunnen zien, maar jij zelf niet. Hoe kunnen de kabouters erachter komen welke muts ze op hebben, of hoe vergroten

ze de kans om goed te gokken? Want dan komen ze vrij. Het zijn pittige raadsels.

Bij elk raadsel zijn nog meer vragen dan alleen de vraag naar de oplossing. Hoe verzin je bijvoorbeeld de oplossing? Het kan meteen duidelijk zijn dat een bepaalde strategie werkt, maar hoe kom je eigenlijk op het idee om zo'n strategie te formuleren? Ook krijgen de kabouters informatie door bepaalde gebeurtenissen. De gong slaat of één van de kabouters doet een gokje. Wat leren ze daar eigenlijk van en hoe kun je de informatie van de kabouters goed representeren? En dan, ook als je het antwoord hebt, hoe kun je nu bewijzen dat de gekozen strategie echt werkt in alle omstandigheden? Vaak geeft zo'n bewijs nog extra inzicht: wat in eerste instantie onmogelijk lijkt, kun je toch voor elkaar krijgen.

Niet al die vragen kunnen in de kleinste details worden besproken in een boek waarin formules over het algemeen worden vermeden. Wat het boek bijzonder maakt is dat de oplossing meteen volgt op het raadsel, en niet ergens achterin, zoals in dit genre gebruikelijker is. Dat maakt het — wellicht onverwacht — leuk om te lezen. Een ander onderscheidend aspect is dat getracht wordt de herkomst van de raadsels goed te vermelden en daarmee wordt ook duidelijk hoe rijk de literatuur in de recreatieve wiskunde is. Dit boek is daar een mooie toevoeging aan.

Barteld Kooi



Joel David Hamkins
Lectures on the Philosophy of Mathematics

The MIT Press, 2020
viii + 329 p., prijs \$45.00
ISBN 9780262542234

Lectures on the Philosophy of Mathematics is een introductie tot de filosofie van de wiskunde. Hoewel er over dit vakgebied al veel geschreven is, onderscheidt dit boek zich op een heel duidelijk punt: het is uitdrukkelijk geschreven vanuit een *wiskundig* perspectief. Dit uit zich vooral in de opbouw van het boek: elk hoofdstuk behandelt een bepaald wiskundig thema. De verschillende filosofische stromingen worden als gevolg daarvan altijd geïntroduceerd in een bepaalde wiskundige context. Het onderscheid tussen platonisme en logicisme wordt bijvoorbeeld gemaakt in het eerste hoofdstuk over de aard van getallen, terwijl formalisme een uitgebreide behandeling krijgt in het hoofdstuk over onvolledigheid. Het voordeel van deze opbouw is dat het duidelijk wordt waarom men, vanuit een wiskundig perspectief, geïnteresseerd zou moeten zijn in filosofische vragen en stromingen.

Daarnaast heeft dit boek, afgezet tegen andere werken over filosofie van de wiskunde, relatief veel wiskundige inhoud. De auteur is niet bang om bepaalde technische resultaten te behandelen, waar deze gevolgen hebben voor filosofische opvattingen. Voorbeelden hiervan zijn de invloed van de onvolledigheidsstellingen op het formalisme, en de rol van categorieteitsresultaten in het structuralisme.

Zoals gezegd behandelt elk hoofdstuk een bepaald wiskundig thema: getallen, striktheid ('rigor'), oneindigheid, meetkunde, bewijzen, berekenbaarheid, onvolledigheid en verzamelingenleer. Ieder hoofdstuk begint met een kort uittreksel en wordt afgesloten

met een literatuurlijst en een sectie vragen. Sommige van deze vragen zijn opgaven in de wiskundige zin, andere zijn vragen over de filosofische theorie, en weer andere zijn compleet open vragen zonder een eenduidig antwoord. Deze soorten vragen staan door elkaar, wat mijns inziens onderstreept dat technisch-wiskundige en filosofische vraagstukken niet in isolatie bestaan, maar elkaar informeren. De verschillende hoofdstukken zijn redelijk onafhankelijk van elkaar te lezen. Een lezer die vooral geïnteresseerd is in filosofische kwesties rond verzamelingenleer, zou dus kunnen beginnen met het laatste hoofdstuk, en terugbladeren waar nodig.

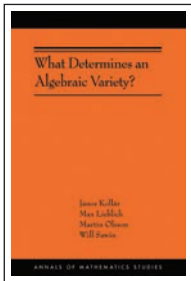
Belangrijk om te vermelden is dat dit boek, hoewel geschreven vanuit een wiskundig perspectief, qua filosofische inhoud niet onderdoet voor andere werken over de filosofie van de wiskunde. Alle belangrijke filosofische vragen en stromingen passeren de revue. Toch zijn er vanuit filosofisch perspectief ook enkele aanmerkin-

gen te maken. Op enkele punten in het boek worden vooral technische resultaten besproken, zonder dat erg duidelijk wordt wat de filosofische relevantie van deze resultaten is. Soms wordt de filosofische leidraad dus enigszins uit het oog verloren, en leest het boek meer als een wiskundige verhandeling. Daarnaast is dit boek, als gevolg van de opbouw, niet erg geschikt voor een lezer die juist geïnteresseerd is in één bepaalde filosofische stroming.

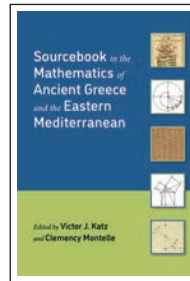
Ondanks deze kritiekpunten, ben ik van mening dat de tijd voor een boek als dit meer dan rijp was. Dit is bij mijn weten het beste boek dat aan wiskundigen duidelijk maakt waarom filosofische vragen voor een wiskundige interessant zijn, en dat filosofie van de wiskunde niet iets zweverigs is, maar juist geworteld is in de wiskundige praktijk. Ik kan dit boek dan ook van harte aanbevelen aan iedere wiskundige die geïnteresseerd is in fundamentele vragen.

Jetze Zoethout

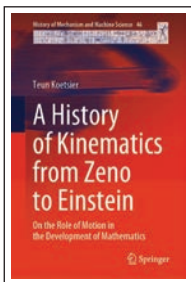
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



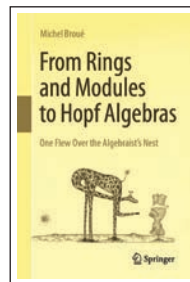
János Kollár, Max Lieblich, Martin Olsson, Will Sawin
What Determines an Algebraic Variety?
 Princeton University Press, 2023
 ISBN 9780691246819
press.princeton.edu/books/paperback/9780691246819/what-determines-an-algebraic-variety



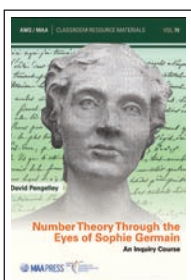
Victor J. Katz, Clemency Montelle (eds.)
Sourcebook in the Mathematics of Ancient Greece and the Eastern Mediterranean
 Princeton University Press, 2024
 ISBN 9780691202815
press.princeton.edu/books/hardcover/9780691202815/sourcebook-in-the-mathematics-of-ancient-greece-and-the-eastern



Teun Koetsier
A History of Kinematics from Zeno to Einstein
On the Role of Motion in the Development of Mathematics
 Springer, 2024
 ISBN 9783031398711
 HMMS, Vol. 46
springer.com/9783031398711



Michel Broué
From Rings and Modules to Hopf Algebras
One Flew over the Algebraist's Nest
 Springer, 2024
 ISBN 9783031500619
springer.com/9783031500619



David Pengelley
Number Theory through the Eyes of Sophie Germain
 MAA Press, 2023
 ISBN 9781470472207
bookstore.ams.org/clrm-70



Hans Fischer
Signaalanalyse en Digitale Signaalverwerking
Fouriertheorie, systeemtheorie en theorie van digitale filters
 Epsilon Uitgaven, deel 97, 2024
epsilon-uitgaven.nl/wetenschappelijke-reeks