

Robbert Fokkink

Delft Institute of Applied Mathematics
 TU Delft
 r.j.fokkink@tudelft.nl

Interview

De tegelwijsheid van Jaap Scherphuis

Op 21 maart van dit jaar verscheen een preprint op arXiv met daarin een *einstein*, een tegel waarmee je het hele vlak kunt vullen, maar alleen op een aperiodyke manier. Sinds de ontdekking van aperiodyke tegelingen in de jaren zeventig was er hard naar gezocht. De bekende Penrose-tegeling gebruikt twee tegels, de vlieger (kite) en de pijl (dart). Kan dat ook met één tegel? Sinds 21 maart 2023 weten we dat dat kan. Het nieuws over de einstein verspreidde zich als een lopend vuurtje door de wiskundewereld. Op 25 maart gaven twee van de auteurs, Craig Kaplan en Chaim Goodman-Strauss, een online voordracht georganiseerd door MoMath, het wiskundemuseum in New York. De einstein bleek te zijn gevonden door David Smith, een beeldend kunstenaar, die al spelend met allerlei vormen was gestuit op de *hat*, een veelhoekige tegel opgebouwd uit driehoeken. Smith had daarbij gebruik gemaakt van een solver van Jaap Scherphuis. Wie is Jaap Scherphuis en hoe kwam hij erbij om deze software (en nog heel veel meer!) te maken? Reden voor een kennismakinggesprek.

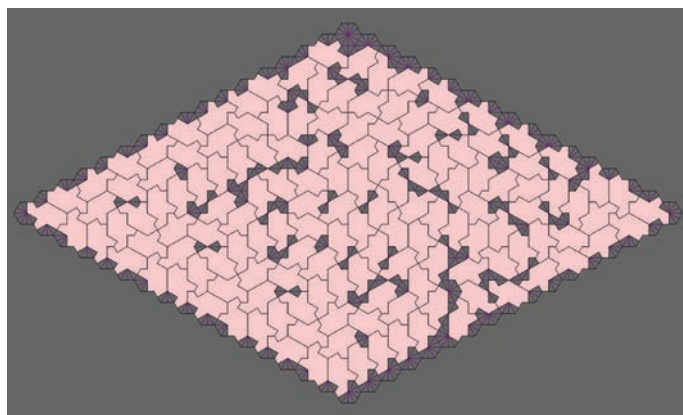
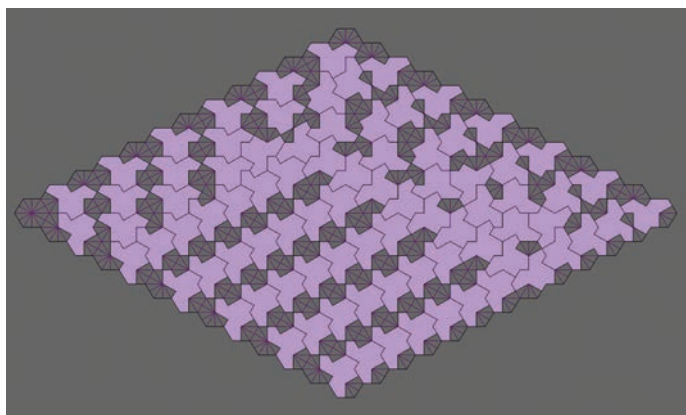
Craig Kaplan noemde je naam in zijn voordracht en ik dacht: wie is Jaap Scherphuis? Een informaticus? Een wiskundige?

“Ik ben altijd geïnteresseerd geweest in wiskunde en heb dat ook gestudeerd, in Oxford. Na afloop van de studie ben ik in 2000 teruggekomen naar Nederland en ben software engineer geworden.”

Je hebt een grote puzzelpagina op het internet. Waar komt die interesse in puzzels vandaan?

“Als jongetje van negen jaar kreeg ik een Rubik kubus en daar zat een boekje bij. Als je zo jong bent dan kun je het niet laten om de oplossing op te zoeken, maar de puzzels daarna heb ik wel allemaal zelf opgelost.

Toen ik in Engeland studeerde ben ik puzzels gaan verzamelen, die ik kocht op eBay. De oplossingen zette ik op het internet en daaruit ontstond in 1999 mijn puzzelpagina. Die bestaat nu dus al vierentwintig jaar. Zo heb ik ook David Singmaster ontmoet — helaas is hij een paar maanden geleden overleden — die als eerste een systema-



Figuur 1 David Smith gebruikte het programma Polysolver, vrij te downloaden van *Jaap's Puzzle Page*. Op <https://hedraweb.wordpress.com> legt David uit hoe hij te werk is gegaan. Via Polysolver selecteerde hij kandidaten voor de einstein en onderzocht daarna met de hand of deze het vlak konden vullen. De eerste kandidaat waar hij een eind mee kwam was de 'hat' in de linker afbeelding. Het gebruikte bord is te vinden via grid type drafter en dan de optie generate. Polysolver berekent de oplossing met het maximale aantal stukjes op het bord. Voor de hat zitten er lange stroken tussen de tegels, maar David slaagde erin om met de hand steeds beter vullende tegelingen te vinden op grotere borden. Later vond hij een tweede einstein, de 'turtle', ook via Polysolver, zoals te zien in de rechter afbeelding. De hat en de turtle bleken twee tegels uit een continuüm van einsteins te zijn.



Figuur 2 Op de Gathering4Gardner kunnen deelnemers puzzels uitwisselen of verkopen.



Figuur 3 Flarden uit de vijftien verschillende betegelingen van het vlak door convexe vijfhoeken.

tische studie heeft gemaakt van de Rubik kubus. Achttien jaar geleden nodigde hij mij uit voor de Gathering4Gardner. Dat is een tweejaarlijkse conferentie ter ere van Martin Gardner waar niet alleen wiskundepuzzels, maar ook wiskundige kunst en goochelen op de agenda staan. Elwyn Berlekamp kwam daar, John Conway, Richard Guy.”

Richard Guy? Maar die moet dan al bijna honderd zijn.

“Hij was over de honderd, maar zag er veel jonger uit. Hij is uiteindelijk honderddrie geworden. Ik ben er sinds die eerste keer altijd bij geweest. Iedere deelnemer geeft een korte voordracht en er komt ontzettend veel informatie op je af. Zo ben ik geïnteresseerd geraakt in vijfhoeken waarmee je het vlak kunt betegelen, Martin Gardner heeft daarover geschreven. Er waren veertien soorten convexe vijfhoeken bekend die het vlak vullen. Het was de vraag of er meer waren. Ik heb daar ontzettend veel tijd in gestoken en heb veel mooie patronen gevonden, waarover ik ook lezingen heb gegeven bij de Gathering4Gardner. Dat is terug te vinden op YouTube. Uiteindelijk is in 2015 de vijftiende tegel gevon-

den door Casey Mann, Jennifer McCloud en David Von Derau.”

Kon je je toen voor je kop slaan?

“Ik was wel even teleurgesteld, want ik had veel te veel tijd gestopt in het vinden van patronen en niet goed genoeg gezocht

naar de nieuwe tegel. Die vijftiende tegel zat net buiten mijn zoekbereik. Een jaar of twee later werd bewezen door Michaël Rao dat er niet meer dan vijftien waren.”

David Smith heeft jouw software gebruikt om de einstein te vinden. Wanneer ben je met hem in contact gekomen?

“Dat was in 2016. Hij had mijn puzzelpagina gevonden waarop een programma staat om polyominopuzzels op te lossen. Weet je wat polyomino's zijn?”

Dat zijn een soort Tetris-steentjes.

“Inderdaad. Het is een puzzel of je met polyomino's een bepaald bord kunt vullen. Polyomino's bestaan uit vierkantjes, maar de software kan ook allerlei andere regelmatige roosters aan. Je kunt je eigen bord en stukjes kiezen. Het programma rekent uit, via depth-first-search, hoeveel oplossingen er zijn. Daar ben ik twintig jaar geleden mee begonnen en dat is in verloop van tijd steeds verder uitgebreid. David Smith heeft die software gebruikt en heeft op die manier de einstein gevonden.”

Heb je hem wel eens ontmoet?

“Wij hadden alleen maar contact via e-mail. David Smith is een puzzelaar/kunstenaar en heeft ook zijn eigen webpagina. Wij wisselden patronen uit en ik heb sommige van zijn tegelingen op mijn pagina neergezet. Door de jaren heen heeft hij mij wel eens gevraagd om mogelijkheden toe te voegen aan mijn programma en dat heb ik dan gedaan. Het bord waarmee hij uit-



Figuur 4 De oudste en bekendste mechanische rekenmachine is van Pascal. De meest vernuftige is de Curta van Curt Hertzstark. In een *Numberphile*-video vertelt Alex Bellos er meer over. De Monroe K-rekenmachine stamt uit 1921 en is gebaseerd op de rekenmachine van Leibniz. In een YouTube-video laat Jaap zien hoe deze machine in elkaar zit.

eindelijk de einstein heeft gevonden had ik zelf al in het programma opgenomen. Je kunt via het programma ook met de hand proberen om het vlak te vullen en dat bleek steeds verder en verder te gaan, zonder dat regelmaat ontstond. Dan ga je op een gegeven moment denken: misschien vult deze tegel wel het hele vlak. Weet je misschien wat een Heesch-getal is?”

Is dat niet het aantal ringen dat je om een tegel kan leggen? Kaplan vertelde daar iets over in de MoMath-lezing. Kwam hij niet tot een getal van 8 of 12 of zo?

“Precies. Het hoogst bekende Heesch-getal was 6 en in het arXiv-artikel schrijft Kaplan dat hij met de hat kwam tot 10. In het artikel staat die illustratie van tien ringen en daar zat nog steeds geen patroon in. Toen dacht hij: dit is te gek, dit moet wel de einstein zijn.”

David Smith vond de hat in oktober 2022 en zocht toen contact met Craig Kaplan. Heeft hij jou toen ook ingelicht?

“Nee. Ik hoorde er pas van op 21 maart via een mailinglist.”

Had je erbij betrokken willen zijn?

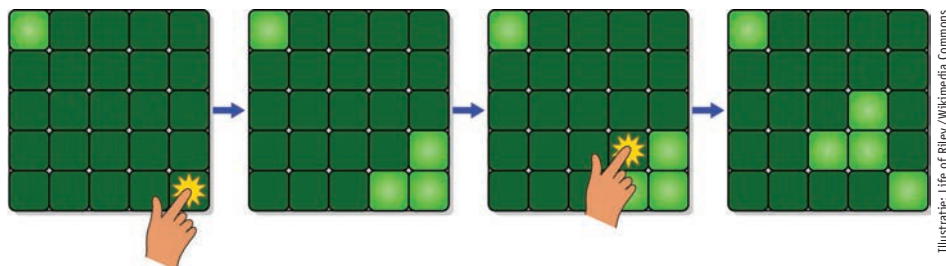
“Ach, dat had ik wel leuk gevonden, maar het is heel aardig dat mijn naam genoemd wordt in het artikel.”

Ben je nog steeds geïnteresseerd in tegelproblemen?

“Ik zou meer willen weten over non-convexe vijfhoeken waarmee het vlak gevuld kan worden. Men weet nog steeds niet hoeveel verschillende tegels er zijn en dat is een moeilijk probleem. In principe zou er zelfs een einstein tussen kunnen zitten, maar die kans is niet groot. Waarschijnlijk zijn het allemaal periodieke tegelingen. Het is ook interessant om te bepalen welke symmetrieën er zijn. Sommige tegelingen hebben een transitieve symmetriegroep, maar andere niet. Dat zijn intrigerende problemen. Maar de laatste jaren heb ik ook andere interesses. Ooit heb ik een Curta-rekenmachine gekocht en zo ben ik geïnteresseerd geraakt in mechanische rekenmachines. Die verzamel en restaureer ik. Ik ben een beetje een verzamelaar.”



Figuur 5 Jaap Scherphuis met op de achtergrond een kleine selectie van zijn puzzelverzameling.



Figuur 6 Op Jaap's Puzzle Page staan heel veel puzzels, waaronder Lights Out (ook wel bekend als Flipit). Zie een graaf als een verzameling fietslampjes. Als je op een lampje drukt, dan druk je gelijk ook op alle burens. Alle lampjes staan uit. Kun je door een geschikte keuze alle lampjes aan zetten? Een klassieke puzzel, die ook te vinden is in *Nieuw Archief voor Wiskunde* (Aart Blokhuis en Henny Wilbrink, Problem 798, 1987) en in *Pythagoras* (Jaap en Jordi Top, Totaal Geflipt!, 2008). Jaap's Puzzle Page geeft een compleet overzicht van Lights Out-puzzels, inclusief software om het zelf te spelen.