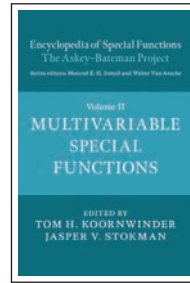


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 5.092
 Faculteit Wiskunde & Informatica
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513
 5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Tom H. Koornwinder, Jasper V. Stokman (eds.)

Encyclopedia of Special Functions: The Askey-Bateman Project Volume II Multivariable Special Functions

Cambridge University Press, 2020

xii + 427 p., prijs £59.99

ISBN 9781107003736

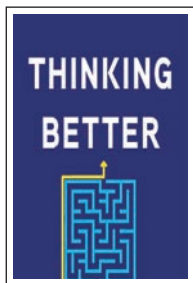
The three volume series *Higher Transcendental Functions* published in the 1950s resulted from the initiative by Harry Bateman (1882–1946) to have an extensive compilation of special functions and their properties. Bateman was a professor at California Institute of Technology, and after his death it was decided to finish his project. Arthur Erdélyi (1908–1977) was in charge of a team which eventually published the three volumes *Higher Transcendental Functions* as well as the two volume set *Tables of Integral Transforms*, collectively known as the Bateman project. Since the publication of the Bateman project enormous progress in the field of special functions has been made, and an update of the Bateman project was required. Askey gives more details on the background of the Bateman project, and the history of other handbooks (see: R. Askey, ‘Handbooks of Special Functions’, pp. 369–391 in ‘*A Century of Mathematics in America, Part III*, P. Duren, ed., AMS, 1989). Since Richard Askey (1933–2019) was very influential in the developments in special functions (see: H.S. Cohl, M.E.H. Ismail, H.-H. Wu, ‘The Legacy of Dick Askey (1933–2019)’, *Notices AMS*, January 2022, 59–75), it was decided to name the update the Askey-Bateman project. The book under review concerns the second volume of the Askey-Bateman project, which deals with multivariable special functions. In a sense, this topic was already mentioned by Askey in his ‘Handbooks of Special Functions’, pp. 382–383, as one of the important developments. In the original Bateman project multivariable special functions were essentially restricted to the study of some 2-variable orthogonal polynomials and 2-variable hypergeometric functions introduced by Appell, Kampé de Fériet and Horn.

The current volume under review has contributions by many of the experts that have made fundamental contributions to the developments of multivariable special functions over the last decades or longer. Each of these chapters gives an introduction to the topic of the chapter and next explains the main results in this topic. Some of the statements are provided with proofs, but there are references to the literature as well, and each chapter has a list of pointers to the main references. For instance, the chapter by Matsumoto on Appell and Lauricella hypergeometric functions extends the information of the Bateman project. In its 22 pages, the chapter brings the reader’s knowledge up to the current state of affairs, including links to (co)homology groups. All the other chapters discuss new developments that were not foreseen in the Bateman project. Some of the chapters deal with topics which are more well established than others. For instance, the chapter by Heckman and Opdam on ‘their’ polynomials and hypergeometric functions is very well established and so is the chapter by Dunkl on Dunkl operators, whereas the introduction of multivariable elliptic hypergeometric series is much more recent and develops very quickly. The chapter on elliptic hypergeometric series is written by

Rosengren and Warnaar. The topics covered in the volume also include applications to other fields, such as Lie theory, combinatorics and mathematical physics.

Having so many authors working on one volume requires an effort to make the volume coherent and the chapters of constant quality. There are many cases known where these goals have not been achieved, a famous one being the classic Abromowitz–Stegun *Handbook of Mathematical Functions* (supposedly the mathematics all times bestseller), see also Askey's 'Handbooks of Special Functions', or even the first volume of this new Askey–Bateman project. The editors of the current volume, Tom Koorwinder and Jasper Stokman, have done a superb job in making this volume much more than just a collection of twelve chapters on multivariable special functions. Moreover, the introductory chapter by the editors gives an excellent overview of the book as a whole.

The twelve chapters contain a wealth of information, and for many topics the book gives a great introduction to various new and exciting developments in the theory of multivariable special functions. It makes this volume of the Askey–Bateman project an excellent point of departure for a study in multivariable special functions. It is a pleasure to read the chapters, and learn more about the fascinating developments in these topics. Erik Koelink



Marcus du Sautoy

Thinking Better
The Art of the Shortcut in Math and Life

Basic Books (Hachette Book Group), 2021
iiv + 326 p., prijs \$30.00
ISBN 9781541600362

De bekende auteur Marcus du Sautoy (1965) is hoogleraar wiskunde in Oxford en tevens benoemd op de zogenaamde Simonyi leerstoel voor de 'Public Understanding of Science'. Een leerstoel waarvan wij er in ons land voor verschillende disciplines ook enkele hebben. We kennen hem van boeken zoals *Finding Moonshine* (in het Nederlands uitgegeven onder de titel *Het symmetrie-monster*), *The Creativity Code (De code van creativiteit)*, en diverse andere. Maar ook van zijn veelvuldige optredens op de Engelse tv. Kortom, hij beoefent een mooie mix van zuiver wiskundig werk en werk dat gericht is op 'Public Understanding'. Het boek dat nu voor mij ligt past helemaal in deze mix.

De uitgever prijst het boek aan met de woorden: "One of the world's great mathematicians shows why math is the ultimate timesaver — and how everyone can make their lives easier with a few simple shortcuts." Nu moet je altijd uitkijken met datgene wat een uitgever aanprijst, want zijn financiële uitgeversbelang zal hij moeilijk kunnen onderdrukken. We zijn dus op onze hoede.

Het woord 'shortcut' is wellicht niet bij ieder bekend. Denk in dit verband gewoon aan een sneltoets op de computer. In feite heb je dan de essentie te pakken. Du Sautoy begint met het (wellicht apocriefe) verhaal van de negenjarige Gauss, als leerling van de basisschool. De onderwijzer liet zijn leerlingen de natuurlijke getallen van 1 tot 100 optellen. Binnen enkele minuten wist de

jonge Gauss het antwoord 5050. De verbaasde onderwijzer werd geconfronteerd met Gauss' verklaring 50×101 . Hier hebben we in feite een concretisering van een shortcut: een 'timesaver' die het leven gemakkelijker maakt.

Wat hier in het klein is verteld wordt op allerlei plaatsen door ons allen gepraktiseerd. Het construeren van formules is in feite het maken van shortcuts. Een waarschuwing is op z'n plaats zoals wij telkens weer merken. Kijk naar eenvoudige getalpatronen waarbij het vervolg verraderlijk kan zijn: 1, 2, 4, 8, 16 suggereert een vervolg van 32, maar kan net zo goed 31 zijn. Toepassingen van wiskundige patronen in de sterrenkunde, morfologieën in de natuur en dergelijke kunnen daardoor tot volkomen onjuiste conclusies leiden. En hebben dat in het verleden ook gedaan.

Shortcuts in andere gebieden? Bijvoorbeeld in de muziek? Het zal duidelijk zijn dat shortcuts tot het ontwikkelen van pianovirtuositeit ondenkbaar is. Oefenen, oefenen is daarbij het recept. Maar dat is bepaald niet het hele verhaal. Het op de juiste wijze oefenen levert eveneens een vorm van shortcut op, want op een bepaald niveau gekomen ervaart de cellist, violist, pianist, voetballer zeker dat er sprake is van een ontwikkelde shortcut. Tot dusver is dit alles nog vrij triviaal, maar het verhaal gaat verder.

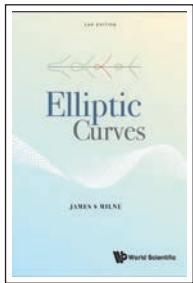
Het is gebleken dat het ontwikkelen en gebruiken van een aan problemen aangepaste taal eveneens kan werken als shortcut. Problemen worden door het veranderde taalgebruik dikwijls veel doorzichtiger. Zelfs (en vooral ook in de wiskunde) is dit op veel plaatsen duidelijk. Du Sautoy werkt dit mooi uit in zijn boek. Op allerlei verschillende terreinen verschijnen onverwachte shortcuts. Voor de hand liggend zijn bijvoorbeeld geheugentrainingen. Meetkundige en geodetische problematieken liggen al minder voor de hand, maar de schrijver weet ook deze overtuigend tot leven te wekken. Ook reisproblemen en het maken van kaarten zijn niet vrij van shortcuts. Diagrammen spelen daarbij een belangrijke rol. Economie, kunst, statistiek, waarschijnlijkheidsrekening, psychotherapie, het casino, financiële problematieken, grafen en netwerken, neurowetenschappen, overall komen shortcuts te voorschijn. Het boek begint heel elementair, maar door de grote verscheidenheid raakt het boek steeds dieper wordende lagen van shortcuts aan.

Maar het is niet allemaal shortcuts wat de klok slaat. De langdurige zoektocht naar de exacte oplossing van bijvoorbeeld het handelsreizigersprobleem heeft ons de laatste tijd met de neus op de feiten gedrukt. Namelijk op de vraag of bij ieder probleem wel een shortcut mogelijk is. En hier doemt een nieuw theoretisch probleem op: bestaan er problemen die geen shortcuts toelaten? Zou dat het geval zijn met het vierkleurenprobleem en/of met het handelsreizigersprobleem? En zou het werk van Andrew Wiles ooit met een shortcut ingekort kunnen worden? Tot nu toe zijn dit onopgeloste vragen. Zelfs weten we niet hoe we dit probleem in zijn algemeenheid zouden moeten aanpakken. Du Sautoy heeft hiermee een rijk gevarieerd boek geschreven. Lees door het triviale begin heen en zie hoe hij een grote diepte probeert te vatten in dit populair bedoelde boek.

Hij sluit het boek af met een uitvoerige index die op zichzelf al een aanwijzing vormt voor de brede visie die in dit boek wordt ontwikkeld. Kortom, een populair boek waarin onnoemelijk veel voorbeelden benoemd worden, waar wiskunde op veel plaatsen een rol speelt, maar waarin geen diepe wiskunde bedreven wordt. Maar dat was ook niet de intentie van de schrijver. De intentie ligt

vooral hierin om in brede kring door middel van een overvloed aan voorbeelden bekendheid te geven aan het wezen van een van de kernen van ons vak. Vooral voor leraren in het voortgezet onderwijs is het boek een juweel. Bij vrijwel alle onderwerpen kan men in dit boek instructieve voorbeelden vinden. Deze zullen ongetwijfeld sterk motivatieverhogend werken bij hun leerlingen. Bovendien werken de voorbeelden inzichtbevorderend. Misschien neemt de wetenschap dat er nu ook een Nederlandse vertaling van het boek is verschenen (onder de titel *Beter denken*, bij Uitgeverij Nieuwezijds) een drempel weg om het boek aan te schaffen.

Tot slot: alles overziend kan ik de eerder genoemde uitgever gelijk geven. Wat mij betreft: aanbevolen! *Wim Kleijne*



James S. Milne

Elliptic Curves

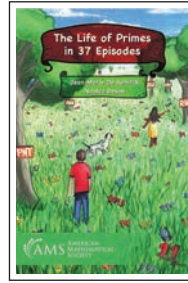
World Scientific, 2020, tweede druk
 $x + 308$ p., prijs \$85.00
 ISBN 9789811221835

In de hoofdstukken 1–2–3 wordt standaardtheorie over elliptische krommen beschreven, met in hoofdstuk 3 de theorie over \mathbb{C} . We zien dat de affine ruimte \mathbb{A}^n over een willekeurig lichaam niet wordt gedefinieerd. Ook wordt het geslacht van een algebraïsche kromme over een willekeurig lichaam niet gegeven. Veel details worden terzijde en onvoldoende behandeld, bijvoorbeeld: “ E arises from an elliptic curve over k if and only if $j(E) \in k$.” Voor iemand die dan al begrepen heeft hoe je een kromme over een willekeurig lichaam definieert, is het duister wat de auteur hier bedoelt te zeggen. Iemand die de theorie kent weet dat dit voor de eerste keer door Deuring bewezen is, en dat de mededeling niet een definitie maar een stelling is. Dit is kenmerkend voor heel veel details in dit boek: je zoekt het maar uit wat de auteur bedoelt, en hoe je de tekst interpreteert.

Hoofdstuk 4, ‘The arithmetic of elliptic curves’ en hoofdstuk 5, ‘Elliptic curves and modular forms’, bevatten interessant materiaal. Bijvoorbeeld laat de auteur zien dat voor een priemgetal p de normalisatie van de projectieve kromme gegeven als nulpunten van $Y^2Z^2 + 2pX^4 - 2Z^4$ niet aan Hasse’s lokaal–globaal principe voldoet (maar een van de essentiële punten wordt aan de lezer overgelaten).

Wat de ‘Riemann-hypothese’ voor een elliptische kromme over een eindig lichaam is, vind ik moeilijk te begrijpen uit deze tekst (plus de verwarring dat dit boek de klassieke Riemann-hypothese en de Riemann-hypothese over een eindig lichaam met dezelfde naam beschrijft, de ene keer als stelling, de andere keer als vermoeden). In Hoofdstuk 5 wordt in acht pagina’s doorgenomen hoe het bewijs van Wiles van de laatste stelling van Fermat en voorlopers van dit bewijs in elkaar zitten. Gelukkig heb ik het niet hoeven te leren uit dit boek.

Conclusie: dit boek is niet geschikt als lesmateriaal voor een beginnend student. Voor wie de theorie al kent staan er interessante dingen in dit boek. *Frans Oort*



Jean-Marie De Koninck, Nicolas Doyon

The Life of Primes in 37 Episodes

American Mathematical Society, 2021
 $xiv + 329$ p., prijs \$65.00
 ISBN 9781470464899

Waarom nog een boek over priemgetallen? Zoals de schrijvers zelf uitleggen, om de chronologische geschiedenis van (de wiskunde achter) de priemgetallen en gerelateerde zaken te vertellen en een overzicht te geven van de problemen waar tegenwoordige getaltheoretici zich mee bezighouden. Een waarschuwing vooraf (van de schrijvers zelf, maar van harte door mij ondersteund) is wellicht dat het niveau dat nodig is om het gehele boek te kunnen volgen dat van bij vlagen zeer geavanceerde wiskunde is, maar dat de grote lijnen goed te volgen zijn voor een — laten we zeggen — tweedejaars student wiskunde.

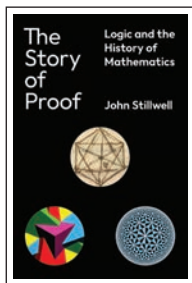
Dit — toegegeven, zeer rijke en onderhoudende — boek behandelt (ik doe slechts een kleine greep) zeer ingenieuze factorisatiemethoden, priemtesten (statistische of deterministische), priemclusters, diverse priemzeven, de vele verschillende (bekende en minder bekende) types priemgetallen (onder andere de tot nu toe enige bekende, dus zeer zeldzame *Wilson-priemgetallen* 5, 13 en 563 die voldoen aan $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p^2}$), de *narcistische priemgetallen* (vrij schaars, bijvoorbeeld het 14-cijferige $28116440335967 = 2^{14} + 8^{14} + \dots + 7^{14}$), de *Wieferich-priemgetallen*, de *Carmichael-priemgetallen*, de zogenaamde *prime gaps* (de soms kleine, soms verrassend grote ruimte tussen twee opeenvolgende priemgetallen), priem-tel-functies (die bijvoorbeeld tellen hoeveel priemgetallen of priemparen er onder een zeker getal zijn), de tientallen spectaculaire functies waarmee je de snelheid kan bepalen van factorisatie-algoritmes, de voor onze toekomst belangrijke cryptografie (van Caesar tot RSA) en nog veel meer (inmiddels bewezen of nog onbewezen; een aardige opmerking in dit verband is dat er nog zoveel open vragen zijn — alleen al op dit terrein van de getaltheorie — dat er nog voor honderden jaren werk zal zijn voor de wiskundigen). Maar, veel van deze zaken zijn wellicht ook in andere boeken te vinden, dus wat is de meerwaarde van dit boek?

Heel handig is bijvoorbeeld een zeer compacte tijdlijn (zes met zo’n honderd jaartallen met baanbrekende resultaten op het gebied van priemgetallen en getaltheorie volgepakte pagina’s) die begint in circa 300 voor Christus (*Eratosthenes starts the show*) en gaat tot (uiteraard) het heden (het welbekende grote belang benadrukkend van priemgetallen voor veilige encryptie, maar ook gerelateerd aan wat eventuele quantumcomputers nog mogelijk gaan maken). Verder voor de geïnteresseerde vele meestal kleine maar effectieve voorbeelden van in Mathematica geschreven software. De tientallen door het hele boek heen verspreide biografieën van sleutelfiguren en de — apart vermelde — daarvan bekende (of minder bekende) anekdotes geven het boek een prettig menselijk tintje, een aspect dat ook volgens de schrijvers vaak ontbreekt in veel wiskundeboeken. Aan het einde een handige appendix met een overzicht van de belangrijkste resultaten in de getaltheorie en een wel zeer uitgebreide (bijna 240 boeken of artikelen) bibliografie voor verdere studie. De opbouw in 37 korte (van drie tot

zes pagina's) zogenaamde episodен leest prettig. Verder bevat het boek honderden opgaven (van eenvoudig tot extreem moeilijk).

Dat laatste gegeven brengt mij tot mijn enige echte bezwaar. Namelijk dat slechts van een frustrerend klein (mijns inziens te klein) deel van de — soms zeer intrigerende en/of zeer pittige — opgaven de volledige uitwerking wordt gegeven en dat van een ander — ook klein — deel slechts een hint of soms zelfs alleen het antwoord. Deze zijn ook niet te vinden op een website om — zeer begrijpelijk — te vermijden dat het boek veel te dik zou worden (het is nu al een hele klus om de 329 pagina's door te werken, hoe boeiend ook). Een gemiste kans.

Samenvattend, een feest om dit alles bij elkaar te zien staan en weer eens te lezen hoe ongelofelijk slim heel veel grote geesten, maar vooral Euler (hij weer) is geweest om de diverse takken van wiskunde te verbinden en daardoor doorbraken te forceren. Ik eindig met een van die vele tientallen spectaculaire weetjes waardoor je je soms eventjes afvraagt (tot realiteitszin je weer met beide voeten op de grond brengt) waarom niet elke vwo-leerling wiskunde gaat studeren: Bewijs dat $f(x) = x^9 - x^3 + 2520$ weliswaar irreducibel is, maar dat $f(x)$ samengesteld is voor elke gehele positieve x . De gegeven hint — en daar zal ook u het mee moet doen — is dat elk getal $f(x)$ deelbaar is door 504. *Loop van der Vaart*



John Stillwell

The Story of Proof
Logic and the History of Mathematics

Princeton University Press, 2022
xiv + 441 p., prijs \$45.00
ISBN 9780691234366

“Proof is the glory of mathematics — and its most characteristic feature — yet proof itself is not considered an interesting topic by many mathematicians.” In deze eerste zin uit het voorwoord gaat het om bewijs als logisch of wiskundig concept. De wiskunde beperkt zich tot (meestal elementaire) meetkunde, algebra, getaltheorie, analyse, topologie en verzamelingenleer. Dit boek is geen ‘inleiding logica’ en uiteraard ook geen leerboek voor één van de hierboven genoemde domeinen van wiskunde, maar een “panoramic view of proof in basic mathematics” schrijft Stillwell in het voorwoord. Het boek eindigt met een viertal hoofdstukken over axiomatiek, bewijsbaarheid en (on)beslisbaarheid.

Het boek is in grote lijnen chronologisch opgebouwd. Het eerste hoofdstuk ‘Before Euclid’ introduceert thema's als irrationaliteit, inklemmen van reële getallen door rationale getallen, limietprocessen (Eudoxos) en bewijzen uit het ongerijmde. In het tweede hoofdstuk worden aspecten van Euclides' *Elementen* aangestipt: de invoering van axiomatiek, constructie versus existentie, equivalenten van het befaamde parallellenaxioma, ‘infinitesimale methoden’ en getaltheorie. Verwante thema's blijven terugkomen in Stillwells boek. Het derde hoofdstuk behandelt de perfectionering van Euclides' axiomatische opzet van meetkunde (in dimensies 2 en 3) door Hilbert, de ontdekking van projectieve meetkunde en de connecties tussen de stellingen van Pappos en Desargues enerzijds

en commutativiteit en associativiteit anderzijds. Verderop in het boek wordt het meetkundethema afgerond met een hoofdstuk over niet-euclidische meetkunde. Beltrami's constructie met euclidische middelen van een model voor hyperbolische meetkunde bewees meer dan tweeduizend jaar na Euclides eindelijk dat het parallellenaxioma onafhankelijk is van Euclides' andere axioma's.

De overige hoofdstukken gaan merendeels over reële getallen. Stillwell beschrijft hoe in de negentiende eeuw met de supremum-eigenschap van reële getallen het laatste gat in het bewijs van de hoofdstelling van de algebra werd gedicht. Met behulp van Dedekindsneden (vergelijk met de insluiting van reële getallen door rationale getallen in Euclides!) kunnen we reële getallen beschrijven als *verzameling* natuurlijke getallen. Zelfs continue functies zijn zo te coderen en daarmee is een deel van de elementaire analyse te ‘aritmiseren’. En zo is Stillwell aangekomen bij verzamelingenleer. Hij behandelt axiomatiek en in het bijzonder keuzeaxioma's en hun soms wonderlijke consequenties. Het boek eindigt met een korte introductie op de beroemde resultaten van Gödel, Turing en Gentzen over de grenzen van bewijsbaarheid en berekenbaarheid.

De boeken van Stillwell zijn soepel geschreven en goed leesbaar voor een ‘breed wiskundig publiek’. Hij schetst grote lijnen in de geschiedenis van de wiskunde en legt verbindingen die ik nog niet kende. Hij kan in een paar regels de kernideeën van een technisch bewijs schetsen en hij strooit met pareltjes. Hoewel soms iets meer precisie of detail wenselijk zou zijn, heb ik met plezier veel van zijn boeken gelezen. *Jeroen Spandaw*



Hans Zantema

Spelen met oneindigheid: verrassende figuren en patronen

Noordboek, 2023
240 p., prijs € 22,99
ISBN 9789464710212

In dit boek analyseert Hans Zantema stapfiguren die je kunt maken bij oneindige symboolrijen, zoals de rij *alt* die begint met 01 en dit patroon eindeloos herhaalt. Het recept voor een stapfiguur is eenvoudig. Voor elk symbool s leg je een draaihoek $h(s)$ vast, bijvoorbeeld $h(0) = 0^\circ$, $h(1) = 90^\circ$. Vervolgens laat je een (virtuele) schildpad bij de symboolrij een figuur tekenen. Bij elk symbool s beweegt de schildpad een vaste afstand vooruit en draait daarna over de bijbehorende hoek $h(s)$. De figuur bij de voorbeeldrij *alt* is een vierkant, dat eindeloos opnieuw getekend wordt. De oneindige rij levert dus een eindige figuur.

Om het boek opzichzelfstaand te maken, bouwt Zantema de benodigde voorkennis in de eerste vijf (van in totaal veertien) hoofdstukken van de grond af op. Dit gebeurt op een speelse maar degelijke wijze, inclusief stellingen en bewijzen, afgewisseld met persoonlijke beschouwingen. Het boek is zo voor iedereen toegankelijk, ook voor (goede vwo-) leerlingen. Die basis vergt echter tachtig bladzijden, waardoor de lezer misschien het zicht op het uiteindelijke doel verliest en een aardige dosis doorzettingsvermogen dient te hebben.

Elk hoofdstuk sluit af met een uitdaging. Als oud-deelnemer aan de (internationale) wiskundeolympiade houdt Zantema van pittige problemen. Je hoeft je niet te schamen als je daar op moet ploeteren. Het leesadvies om pen en papier te gebruiken (en zelfs een computer) is niet misplaatst. Het is ook goed om in het achterhoofd te houden dat hij zijn boek ziet als ‘een wetenschappelijk avontuur’, waarbij niet alleen een mooi resultaat (lees: stelling) telt, maar waarbij de weg om er te komen zeker zo belangrijk is.

Een groot deel van de rijen die in het boek aan bod komen, betreffen zogenaamde *morfische* rijen. Laat daartoe $f: A \rightarrow A^+$ een functie (morfisme) van symbolen naar eindige niet-lege symboolrijen zijn. Zo’n morfisme f kun je optillen naar (on)eindige symboolrijen a : $f(a)$ is dan de (on)eindige rij die je krijgt als je elk symbool s in a vervangt door $f(s)$. Definieer je bijvoorbeeld $f(0) = f(1) = 01$, dan is $f(01) = 0101$. Stel nu dat voor symbool $s \in A$ geldt dat $f(s)$ begint met s . In ons voorbeeld is dat zo voor $s = 0$. Dan zegt Stelling 19 dat er precies één oneindige rij a bestaat die begint met s en waarvoor geldt $f(a) = a$. Die laatste eis drukt uit dat a een

dekpunt is van f . Zo is rij *alt* het dekpunt van voornoemde f dat met 0 begint. Morfische rijen krijg je door de symbolen in een dekpunt van een morfisme te herbenoemen met een functie $c: A \rightarrow B$. De stapfiguren van zulke morfische rijen hebben allerlei mooie eigenschappen, die zorgvuldig geformuleerd en bewezen worden.

De stof is allemaal elementair, maar het resulterende bouwwerk is behoorlijk hoog opgestapeld. Een aantal analyses is bovendien tamelijk lang, waardoor de lezer goed moet opletten de draad niet kwijt te raken. Zantema raadt aan om zulke passages over te slaan. Ik kan beamen dat je tot het einde toe zaken blijft tegenkomen die met minder inspanning te begrijpen zullen zijn.

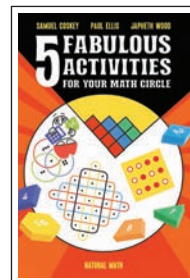
Het boek heeft een index, maar geen literatuurlijst. In de tekst wordt onder andere verwezen naar het boek *Automatic Sequences: Theory, Applications, Generalizations* van Jean-Paul Allouche en Jeffrey Shallit (Cambridge University Press, 2003), dat duidelijk als inspiratiebron heeft gefungeerd. Zantema heeft destijds dat boek zelf voor NAW gerecenseerd in serie 5, deel 11, september 2010, pp. 218–219.

Tom Verhoeff

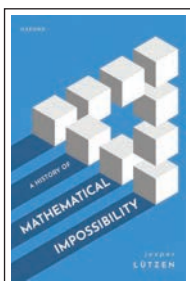
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



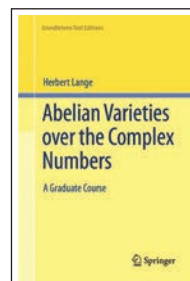
Persi Diaconis, Jason Fulman
The Mathematics of Shuffling Cards
 American Mathematical Society, 2023
 ISBN 9781470463038
bookstore.ams.org/mbk-146



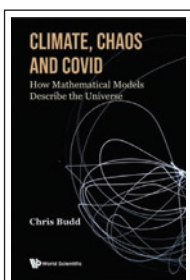
Samuel Coskey, Paul Ellis, Japheth Wood
5 Fabulous Activities for Your Math Circle
 American Mathematical Society, 2023
 ISBN 9781945899089
bookstore.ams.org/nmath-10



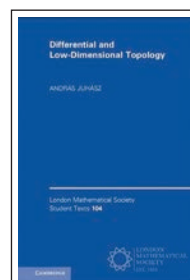
Jesper Lützen
A History of Mathematical Impossibility
 Oxford University Press, 2023
 ISBN 9780192867391
global.oup.com/academic/product/9780192867391



Herbert Lange
Abelian Varieties over the Complex Numbers
 Springer, 2023
 ISBN 9783031255694
springer.com/978-3-031-25570-0



Chris Budd
Climate, Chaos and COVID
How Mathematical Models Describe the Universe
 World Scientific, 2023
 ISBN 9781800613041
worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/40385



András Juhász
Differential and Low-Dimensional Topology
 Cambridge University Press, 2023
 ISBN 9781009220576
cambridge.org/9781009220576