K. P. Hart
Faculteit ITS
TU Delft
Postbus 5031
2600 GA Delft
k.p.hart@its.tudelft.nl

Ger Koole
FEW, W&I
Vrije Universiteit
De Boelelaan 1081[a]
1081 HV Amsterdam
koole@cs.vu.nl

Chris Zaal
Mathematisch Instituut
Universteit Leiden
Postbus 9512
2300 RA Leiden
zaal@math.leidenuniv.nl

Een NAW-artikel

Intro, intro, intro. Hier komt de zogenaamde 'lead', die in principe geschreven wordt door de eindredactie. De auteur mag uiteraard een voorstel doen. Intro, intro, intro. Lengte: 5 à 10 regels. Intro, intro, intro. Intro, intro, intro. Intro, intro, intro. Intro, intro, intro.

Om over een topologische ruimte interessante topologische uitspraken te kunnen doen is het noodzakelijk dat de topologie van de ruimte uit voldoende verzamelingen bestaat. Het ligt voor de hand dat met name over de indiscrete ruimte in topologische zin niet veel interessants te zeggen is! Daarom is een veel voorkomende eis die we aan een topologische ruimte opleggen dat er in ieder geval voldoende open verzamelingen zijn om (topologisch!) onderscheid te kunnen maken tussen de punten van de onderliggende verzameling. De topologische eigenschappen die dit in meer of minder sterke mate bewerkstelligen noemen we *scheidingsaxioma's*. Zij vormen het onderwerp van dit hoofdstuk.

Definitie Een topologische ruimte X heet een T_1-*ruimte* als voor elk tweetal (verschillende) punten $x, y \in X$ een omgeving U van x bestaat met $y \notin U$.

De omgeving U kan uiteraard altijd open gekozen worden.

De letter T in deze benaming is afkomstig van de Duitse terminologie: een scheidingsaxioma is daar een *Trennungsaxiom*.

De definitie ziet er asymmetrisch uit maar is het niet: de eigenschap moet voor *elk* tweetal gelden. Als we twee verschillende punten a en b hebben dan vinden we een omgeving U van a met $b \notin U$ (bekijk het tweetal 'a en b') èn een omgeving V van b met $a \notin V$ (bekijk het tweetal 'b en a').

De echt asymmetrische versie van deze definitie geeft ons de T_0-eigenschap: voor elk tweetal verschillende punten x en y is er een open verzameling O die maar één van de punten x en y bevat (we zeggen niet welke); in de opgaven komt de T_0-eigenschap terug.

1. Eerste kopje

Om over een topologische ruimte interessante topologische uitspraken te kunnen doen is het noodzakelijk dat de topologie van de ruimte uit voldoende verzamelingen bestaat. Het ligt voor de hand dat met name over de indiscrete ruimte in topologische zin niet veel interessants te zeggen is! Daarom is een veel voorkomende eis die we aan een topologische ruimte opleggen dat er in ieder geval voldoende open verzamelingen zijn om (topologisch!) onderscheid te kunnen maken tussen de punten van de onderliggende verzameling. De topologische eigenschappen die dit in meer of minder sterke mate bewerkstelligen noemen we *scheidingsaxioma's*. Zij vormen het onderwerp van dit hoofdstuk. Eerst een formule om $x^3 = ax + b$ op te lossen:

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{d}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{d}},$$

waarbij

$$d = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3.$$

2. Punten onderscheiden

Definitie Een topologische ruimte X heet een T_1-*ruimte* als voor elk tweetal (verschillende) punten $x, y \in X$ een omgeving U van x bestaat met $y \notin U$.

De omgeving U kan uiteraard altijd open gekozen worden.

De letter T in deze benaming is afkomstig van de Duitse terminologie: een scheidingsaxioma is daar een *Trennungsaxiom*.

De definitie ziet er asymmetrisch uit maar is het niet: de eigenschap moet voor *elk* tweetal gelden. Als we twee verschillende punten a en b hebben dan vinden we een omgeving U van a met $b \notin U$ (bekijk het tweetal 'a en b')

èn een omgeving V van b met $a \notin V$ (bekijk het tweetal 'b en a').

De echt asymmetrische versie van deze definitie geeft ons de T_0-eigenschap: voor elk tweetal verschillende punten x en y is er een open verzameling O die maar één van de punten x en y bevat (we zeggen niet welke); in de opgaven komt de T_0-eigenschap terug.

3. Kopje twee

Om over een topologische ruimte interessante topolog te kunnen doen is het noodzakelijk dat de topologie van de ruimte uit voldoende verzamelingen bestaat. Het ligt voor de hand dat met name over de indiscrete ruimte in topologische zin niet veel interessants te zeggen is! Daarom is een veel voorkomende eis die we aan een topologische ruimte opleggen dat er in ieder geval voldoende open verzamelingen zijn om (topologisch!) onderscheid te kunnen maken tussen de punten van de onderliggende verzameling. De topologische eigenschappen die dit in meer of minder sterke mate bewerkstelligen noemen we *scheidingsaxioma's*. Zij vormen het onderwerp van deze paragraaf.

4. Punten onderscheiden

Definitie Een topologische ruimte X heet een T_1-*ruimte* als voor elk tweetal (verschillende) punten $x, y \in X$ een omgeving U van x bestaat met $y \notin U$.

De omgeving U kan uiteraard altijd open gekozen worden.

De letter T in deze benaming is afkomstig van de Duitse terminologie: een scheidingsaxioma is daar een *Trennungsaxiom*.

De definitie ziet er asymmetrisch uit maar is het niet: de eigenschap moet voor *elk* tweetal gelden. Als we twee verschillende punten a en b hebben dan vinden we een omgeving U van a met $b \notin U$ (bekijk het tweetal 'a en b') èn een omgeving V van b met $a \notin V$ (bekijk het tweetal 'b en a').

5. Derde kopje

De echt asymmetrische versie van deze definitie geeft ons de T_0-eigenschap: voor elk tweetal verschillende punten x en y is er een open verzameling O die maar één van de punten x en y bevat (we zeggen niet welke); in de opgaven komt de T_0-eigenschap terug.

6. Vierde kopje

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zekere nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden! We herhalen eerst de definitie van convergentie.

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zekere nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden!

7. Vijfde kopje

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zekere nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden!

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zekere nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden!

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zekere nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden!

De Hausdorff-eigenschap is meestal de minimumeis die we aan een topologische ruimte opleggen: Hausdorff ruimten gedragen zich in veel opzichten redelijk regelmatig, hoewel zich zeker nog wel pathologieën voordoen.

In de volgende propositie laten we zien dat in een Hausdorff ruimte een rijtje ten hoogste één limiet heeft, iets wat in een T_1-ruimte niet hoeft te gelden! Zie [4].

References

[1] T. Bäck, *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, New York, 1996.

[2] T. Bäck, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz, editors, *Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators*, Institute of Physics Publishing, 2000.

[3] I. Rechenberg, *Evolutionstrategie: Optimierung Technisher Systeme nach Prinzipien des Biologischen Evolution*, Fromman-Hozlboog Verlag, Stuttgart, 1973.

[4] H.-P. Schwefel, *Evolution and Optimum Seeking*, Wiley, New York, 1995.

[5] http://www.sciencedirect.com/science